

Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs. As.

Facultad Cs. Exactas

Física experimental I

Medición de la aceleración de la gravedad con un péndulo simple

Achaga, Romina

Prado, Patricio

Romy_achaga@hotmail.com

Patricio-prado@hotmail.com

Octubre de 2010,

Tandil, Bs. As., Argentina

Resumen

El objetivo principal de este trabajo fue medir la aceleración de la gravedad local g . A partir de una serie de mediciones realizadas mediante el uso de un péndulo simple se obtuvo que el valor de g es de $(9,73 \pm 0,08) \text{ m/s}^2$.

Palabras clave

Péndulo simple - Aceleración de la gravedad - Movimiento Armónico Simple

Introducción

En este trabajo se midió el valor de la aceleración de la gravedad local, utilizando como herramienta imprescindible un péndulo simple.

La fuerza de gravedad o peso es la fuerza con la cual el planeta Tierra atrae a los cuerpos cercanos hacia ella. No habiendo resistencia del aire, se encuentra que todos los cuerpos caen con la misma aceleración y, si la distancia recorrida no es demasiado grande, la aceleración es constante en toda la caída. La aceleración de un cuerpo que cae libremente se llama aceleración debida a la gravedad g .ⁱ

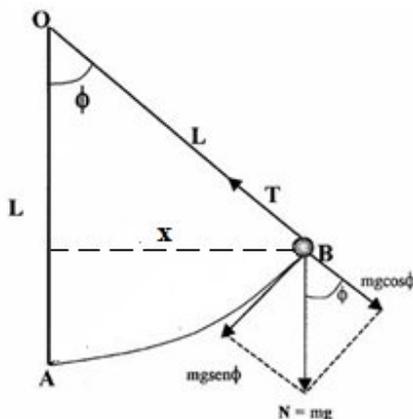


Figura 1: Péndulo Simple

Un péndulo simple es un sistema mecánico que exhibe movimiento periódico. Se puede describir, como se ve en la Figura 1, como una partícula de masa m suspendida de un punto O y sostenida por una cuerda de longitud L cuya masa es despreciable. Desplazando la partícula un cierto ángulo pequeño en relación a su punto de equilibrio A , el cuerpo empieza a oscilar con una cierta amplitud x .

El astrónomo y físico Galileo Galilei fue el primero en observar que el período es independiente de la amplitud, al menos para ángulos pequeños. Siempre que un ángulo ϕ sea menor a 10° el movimiento es armónico simple.ⁱⁱ

Las fuerzas que actúan sobre la partícula son el peso mg y la tensión T a lo largo de la cuerda. La componente tangencial de la fuerza resultante (ver Figura 1) es:

$$F_t = -mg \sin \phi \quad (1)$$

La ecuación del movimiento tangencial es $F_t = ma_t$, siendo a_t la aceleración tangencial. Como la partícula se mueve a lo largo de una circunferencia de radio L , podemos usar que $a_t = L\alpha$ y

$\alpha = d\omega/dt = \frac{d^2\phi}{dt^2}$ para expresar la a_t como $a_t = L\left(\frac{d^2\phi}{dt^2}\right)$ (donde ω y α son la velocidad

angular y la aceleración angular del sistema, respectivamente).ⁱⁱⁱ Por lo tanto, la ecuación para el movimiento tangencial es:

$$mL \left(\frac{d^2 \phi}{dt^2} \right) = -mg \operatorname{sen} \phi \quad (2)$$

o,

$$\left(\frac{d^2 \phi}{dt^2} \right) + g/L \operatorname{sen} \phi = 0 \quad (3)$$

Si el ángulo ϕ es pequeño, podemos usar el desarrollo en serie de $\operatorname{sen} \phi$ y retener solo el primer término. Haciendo $\operatorname{sen} \phi \sim \phi$ en la ecuación (3), obtenemos:

$$\left(\frac{d^2 \phi}{dt^2} \right) + g/L \phi = 0 \quad (4)$$

Podemos concluir así que, en esta aproximación, el movimiento angular del péndulo es armónico simple, con $\omega^2 = g/L$. El ángulo ϕ se puede expresar de la forma $\phi = \phi_0 \cos(\omega t + \alpha)$. Mediante la ecuación $\omega = 2\pi/T$, podemos expresar el período de oscilación del péndulo como:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (5)$$

De donde se obtiene que:

$$g = 4\pi^2 L/T^2 \quad (6)$$

El experimento consistió en medir varias veces el período T , a partir de un L constante, y así calcular el valor de g .

Procedimiento

De un soporte atornillado firmemente a la pared (ver Figura 2-a), se colgó una esfera de hierro de $(0,0447 \pm 0,0002)^1$ m de radio mediante un alambre de acero inextensible de $(2,148 \pm 0,001)^2$ m de largo (ver Figura 2-b). El alambre se midió con una cinta métrica y el radio (R) se calculó a través de la fórmula $R = C/2\pi$, siendo C la circunferencia de la esfera medida.

Para medir el período T se utilizó un fotosensor (ver Figura 2-d), instrumento que es capaz de registrar datos acerca del movimiento del péndulo. La esfera era demasiado grande y no pasaba por el gancho del fotosensor (ver Figura 2-d), por lo que se añadió un tornillo en la parte inferior de la misma (ver Figura 2-c), siguiendo la línea del alambre, para que el aparato pudiera medir el período.

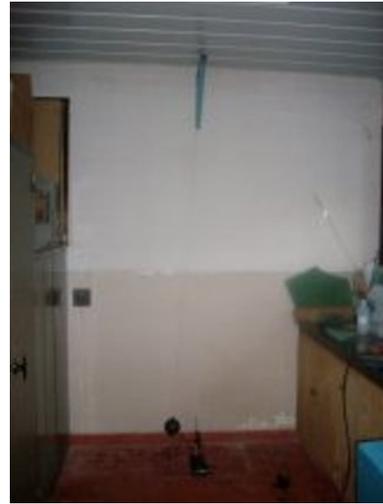
¹ Incertidumbre estimada a través de la propagación del error en mediciones indirectas $\Delta R = \Delta C/2\pi$.

² Incertidumbre instrumental.

Se realizaron 50 mediciones del período del péndulo para diferentes ángulos (3° , 5° , 8° , 10° , 13° y 17°), los cuales fueron medidos a partir de L por relaciones trigonométricas ($\cos\phi = X/L$, ver Figura 1). De esta manera se pudo analizar cómo influye el ángulo en la medición de la aceleración gravedad. Nuestro ángulo máximo quedó limitado por el espacio de realización del experimento.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2: (a) Soporte, (b) Plano principal del montaje del experimento, (c) Esfera de hierro con tornillo ya añadido, (d) Esfera oscilando-fotosensor

Resultados

En la Tabla 1 se muestran los promedios de los 50 períodos T de las mediciones que se tomaron con los diferentes ángulos. A partir de estos resultados, se calcularon los valores de la aceleración de la gravedad promedio g_p , reemplazando en la ecuación (6) a T por cada uno de los T_p y a L por

la suma entre el largo del alambre de acero (l) y el radio (R) de la esfera, que nos da la distancia entre el punto O (ver Figura 1) y el centro de masa de la esfera.

Para calcular la incertidumbre asociada a los valores de g_p (Δg), se utilizó que:

$$\Delta g/g = \Delta L/L + 2\Delta T/T.$$

Siendo, $\Delta L = \Delta l + \Delta C/2\pi$ y $\Delta T = \sqrt{(u_l^2 + u_C^2)}$ (u_i es el error instrumental y $u_\alpha = \frac{S_{n-1}}{\sqrt{n}} z_\alpha$ es el intervalo de confianza en el que se encuentra el verdadero valor de g con una cierta probabilidad α ($\alpha = 95\%$)) las incertidumbres asociadas a cada una de las variables.^{iv}

Ángulo	T_p (s)	g_p (m/s^2)
3°	2,981 ± 0,007	9,74 ± 0,07
5°	2,982 ± 0,005	9,74 ± 0,07
8°	2,984 ± 0,005	9,73 ± 0,07
10°	2,985 ± 0,004	9,72 ± 0,07
13°	2,989 ± 0,005	9,69 ± 0,07
17°	2,993 ± 0,003	9,66 ± 0,06

Tabla 1: Valores de T y g promedio.

Graficando el período en función del período obtenemos:

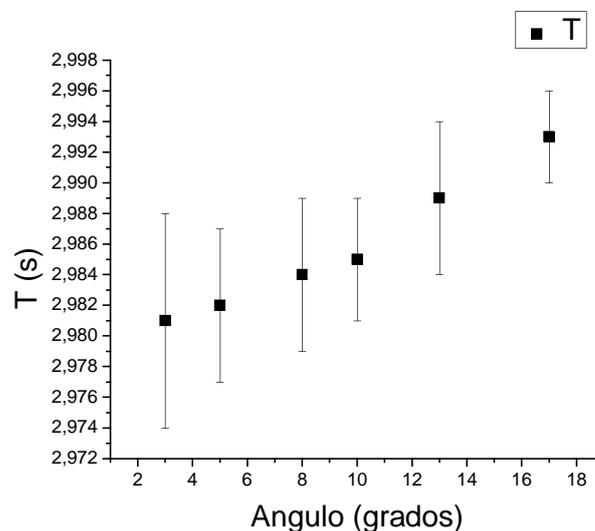


Figura 3: Relación ángulo – período. Las barras muestran el intervalo de incertidumbre de cada T promedio.

³ S_{n-1} es desviación estándar asociada a cada T_p en la Tabla 1 y n el número de mediciones. El valor de z_α es 1,96 y está asociado a α mediante la integral de la distribución gaussiana normalizada (ver referencia ^{iv})

Análisis de los resultados

Como se aprecia en la Figura 3, los valores de T_p aumentan cuando el ángulo crece. A la vez, se observa que los intervalos de incertidumbre de estos T_p son más pequeños a medida el período aumenta. Esto indica que hasta cierto ángulos, el de 10° , los intervalos donde se encuentra el verdadero valor de T coinciden, por lo que se considera que los datos obtenidos experimentalmente con ángulos mayores a este no pueden utilizarse para obtener el valor de la aceleración de la gravedad local.

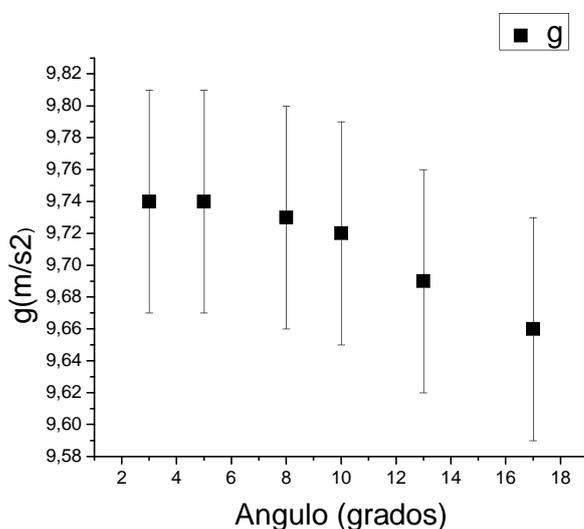


Figura 4: relación ángulo – aceleración de g . Las barras muestran el intervalo de incertidumbre de cada g promedio.

El valor de la aceleración de la gravedad obtenido por la experiencia se encuentra entre $9,65 - 9,81 \text{ m/s}^2$ (ver Figura 4), sobre un total de 200 mediciones (no se tuvieron en cuenta los valores arrojados por los ángulos de 13° y 17° por lo dicho anteriormente).

Conclusiones

Se obtuvo que el valor de la aceleración de la gravedad es $(9,73 \pm 0,08) \text{ m/s}^2$, resultado que es satisfactorio si se considera que en este intervalo se encuentra el valor de g medido con técnicas sofisticadas $(9,799165 \text{ m/s}^2)^v$.

Además, la experiencia confirma nuestro marco teórico. Los resultados comenzaron a verse afectados por el ángulo a partir de los 10° .

Estos resultados se podrían mejorar midiendo las magnitudes L y T con mayor precisión.

Anexo

Periodo (s)/ Nro de mediciones	$T_i(3^\circ)$	$T_i(5^\circ)$	$T_i(8^\circ)$	$T_i(10^\circ)$	$T_i(13^\circ)$	$T_i(17^\circ)$
1	2,974	2,981	2,984	2,992	2,982	2,989
2	2,988	2,982	2,991	2,981	2,995	2,993
3	2,983	2,988	2,984	2,986	2,990	2,999
4	2,970	2,982	2,977	2,988	2,997	2,995
5	2,984	2,978	2,980	2,989	2,997	2,988
6	2,993	2,981	2,982	2,985	2,989	2,993
7	2,979	2,980	2,979	2,978	2,984	2,993
8	2,980	2,989	2,987	2,986	2,984	2,993
9	2,992	2,980	2,983	2,995	2,991	2,992
10	2,982	2,978	2,976	2,983	2,986	2,996
11	2,971	2,975	2,992	2,989	2,996	2,998
12	2,983	2,983	2,983	2,977	2,989	2,994
13	2,986	2,989	2,976	2,983	2,981	2,997
14	2,970	2,981	2,985	2,985	2,994	2,994
15	2,978	2,974	2,983	2,985	2,988	3,000
16	2,993	2,983	2,988	2,988	2,997	2,994
17	2,981	2,988	2,986	2,991	2,984	2,992
18	2,974	2,988	2,982	2,982	2,985	2,994
19	2,990	2,977	2,982	2,986	2,989	2,992
20	2,989	2,984	2,986	2,982	2,991	2,994
21	2,985	2,991	2,977	2,983	2,984	2,992
22	2,983	2,981	2,984	2,984	3,000	2,988
23	2,970	2,979	2,985	2,990	2,992	2,998
24	2,972	2,990	2,981	2,988	2,990	2,993
25	2,970	2,981	2,977	2,982	2,988	2,989
26	2,984	2,983	2,985	2,985	2,984	2,993
27	2,993	2,989	2,999	2,986	2,988	2,996

28	2,979	2,981	2,985	2,984	2,985	2,992
29	2,979	2,982	2,987	2,981	2,991	2,994
30	2,992	2,987	2,982	2,976	2,983	2,994
31	2,982	2,983	2,992	2,983	2,983	2,984
32	2,970	2,980	2,981	2,990	3,000	2,992
33	2,980	2,980	2,989	2,984	2,991	2,998
34	2,986	2,992	2,985	2,983	2,985	2,990
35	2,970	2,985	2,981	2,982	2,985	2,992
36	2,976	2,972	2,986	2,982	2,986	2,992
37	2,992	2,984	2,977	2,979	2,986	2,992
38	2,982	2,988	2,981	2,986	2,995	2,992
39	2,973	2,978	2,984	2,987	2,989	2,992
40	2,989	2,979	2,985	2,977	2,995	2,994
41	2,990	2,978	2,982	2,986	2,998	2,997
42	2,974	2,992	2,981	2,994	2,999	2,992
43	2,981	2,981	2,975	2,981	2,976	2,986
44	2,990	2,980	2,983	2,988	2,993	2,986
45	2,976	2,980	2,991	2,977	2,988	2,991
46	2,972	2,989	2,985	2,982	2,990	2,992
47	2,986	2,972	2,985	2,984	2,985	2,995
48	2,982	2,981	2,990	2,985	2,988	2,992
49	2,970	2,988	2,987	2,987	2,994	2,991
50	2,983	2,974	2,977	2,990	2,982	2,994

Bibliografía

ⁱ Resnick-Halliday; Física, partel; Compañía editorial Continental S.A.; México, 1974.

ⁱⁱ Serway, Raymond – Jewett, John; FÍSICA, para ciencias e ingenierías; Ed. Thomson

ⁱⁱⁱ Alonso – Finn; Física I; Ed. Addison-Wesley Iberoamericana; 1992.

^{iv} Apuntes teóricos de Física experimental I

^v Medición obtenida por el Dr. Introcaso Antonio del Grupo de Geofísica - Instituto de Física Rosario.